OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a XI-a
18.02.2012

Subiectul I.(20 puncte)

Să se rezolve în $M_3(Z)$, ecuaţia: $X^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculaţi S^{2012}, unde S este suma soluţiilor.

Prof. Liana Cighi, „Colegiul Tehnic Napoca”Cluj-Napoca

Subiectul II.(30 puncte)

Fie $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & x & x \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, x \in R$.

(15 puncte) a) Calculaţi $\sum_{k=1}^{3} A^{-1}(k) \cdot A^k(k)$.

(15 puncte) b) Determinaţi suma elementelor matricei $A^{2012}(2)$.

Prof.Simona Pop, Colegiul „Augustin Maior” Cluj-Napoca

Subiectul III.(30 puncte)

Calculaţi:

$$\lim_{n\to\infty} (n^2+2)^3 \cdot \left(arctg\frac{1}{n^2+1} - 2arctg\frac{1}{n^2+2} + arctg\frac{1}{n^2+3} \right).$$

Prof. Vlad Ciobotariu – Boer, Liceul Teoretic “Avram Iancu” Cluj – Napoca

Subiectul IV.(10 puncte)

Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$,

$$a_n = \frac{\sqrt[p]{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot p}}{\frac{p(p+1)}{2}} + \frac{\sqrt[p]{2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (p+1)}}{\frac{p(p+3)}{2}} + \ldots + \frac{\sqrt[p]{n(n+1)\cdot \ldots \cdot (n+p-1)}}{\frac{p(p+2n-1)}{2}},$$

unde $p \in N$, $p \geq 2$, fixat. Calculaţi $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$.

Prof. Ilie Diaconu, Liceul Teoretic “Avram Iancu” Cluj – Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.